2Є

УДК 004.81:159.953.5

О.Г. Євсеєва
Донецький національний технічний університет, м. Донецьк, Україна
eeg.donntu@rambler.ru

Моделювання навчальної предметної області

Розглянуто п'ятикомпонентну предметну модель студента з дисципліни «Вища математика», що викладається студентам економічних та інженерних спеціальностей. На прикладі розділу «Лінійна алгебра» детально описано тематичну, функціональну, операційну, семантичну і процедурну компоненти моделі. Наведено структуру, принципи побудови та фрагмент семантичного конспекту з теми «Алгебра матриць».

Принциповим питанням для кожного викладача є проектування навчального курсу, насамперед, визначення його цілей і змісту. З точки зору діяльнісного підходу [1], [2] кінцевою ціллю навчання є формування способу дій, що забезпечують здійснення майбутньої професійної діяльності, а зміст навчання складає задана характером майбутньої спеціальності система дій і ті знання, які забезпечують виконання цих дій. Задача визначення змісту навчального курсу вирішується в процесі структурування знань цього курсу, в термінах інженерії знань – *моделювання навчальної предметної області*, або побудови предметної моделі студента [2], [3].

Знання про вимоги до кінцевого стану студента як до фахівця в цілому називають *нормативною моделлю* студента. Частину нормативної моделі щодо якого-небудь навчального предмета називають *предметною моделлю*.

Однією з відмітних властивостей предметних знань є їх структурованість, і першочерговою задачею при побудові предметної моделі повинне бути встановлення загальної структури предметних знань. На цю структуру можна дивитися під різними кутами зору, отримуючи при цьому певні компоненти предметної моделі студента.

З точки зору дидактики, в змісті будь-якого підручника прийнято виділяти дві частини [1-3]. До першої частини відносяться знання, що безпосередньо становлять зміст навчального предмета, його семантику. Це предметні знання. Інша частина знань це, по-перше, знання, що обслуговують предметні знання. До них відносяться, наприклад, викладення, тлумачення, пояснення і т.п. Це так звані *фонові* знання. По-друге, це – знання про застосування і використання предметних знань в інших дисциплінах, а також в техніці, в житті тощо. Ці предметні знання, структуровані певним чином, породжують *семантичну предметну модель* студента.

Розрізняють знання *декларативні* і *процедурні*. Перші являють собою твердження, або декларації, про об'єкти предметної області, їх властивості і відносини між ними. Загально прийнята точка зору тут полягає у тому, що декларативні знання – це *факти* з предметної області, або фактичні знання. Процедурні ж знання – це *правила* перетворення об'єктів предметної області. Процедурні знання складають *процедурну предметну модель* студента.

Спосіб дій реалізовується в практичній діяльності через уміння. Знання ж виступають як засоби, за допомогою яких формуються уміння. В інженерії знань уміння трактуються як *поведінкові*, або *операційні*, знання. Механізмом формування умінь є оперування знаннями (як декларативними, так і процедурними), що виявляється в поведінці людини. Таким чином, предметна модель студента включає в себе вміння, які мають бути сформовані в процесі навчання. Перелік цих умінь називають *операційною предметною моделлю* студента.

Предметна модель повинна дати більш-менш укрупнене уявлення, про що знання. Це звичайно робиться через перелік тем, тематично. Перелік тем, підлеглих вивченню, називають *тематичною предметною моделлю* студента.

З точки зору дидактики, дуже важливо визначити, яку роль відіграють ті або інші знання, які функції вони виконують, тобто здійснити *функціональне* структурування. Це можна зробити, склавши перелік функціональних рубрик, визначивши таким чином *функціональні* знання, що породжують *функціональну предметну модель* студента.

Таким чином, мова йде про п'ятикомпонентну предметну модель студента, що складається з *тематичної*, *семантичної*, *процедурної*, *операційної і функціональної* частин.

Загальні принципи моделювання навчальної предметної області детально розроблені Г.О. Атановим [2], [3]. Вони були застосовані для створення *предметної моделі* студента з загальної фізики, української мови, вікової психології, але для моделювання курсів математичних дисциплін раніше не застосовувалися.

Ціллю даної статті є побудова п'ятикомпонентної предметної моделі студента з дисципліни «Вища математика», що викладається студентам інженерних спеціальностей.

1. Тематична предметна модель

Тематична компонента предметної області, або тематична предметна модель студента – це звична всім програма курсу, що читається. Вона будується саме за тематичним принципом, в ній перераховуються розділи і теми, які підлягають вивченню. При цьому можлива деталізація різної міри, але все-таки завжди це не самі предметні знання, не їх зміст, а їх назви. Це певні властивості, певні характеристики предметних знань, знання про предметні знання, які називають метазнаннями. Таким чином, тематична предметна модель являє собою метазнання предметної області.

Тематична предметна модель студента – це природна і зручна для планування і організації навчального процесу модель. Більш того, вона є обов'язковим нормативним документом, підготовка будь-якого навчального курсу починається з її створення (тобто зі створення програми курсу). Однак вона дуже укрупнена і неконкретна для того, щоб її можна було використовувати з метою діагностики.

При побудові тематичної компоненти предметної моделі студента з вищої математики до неї включаються теми, що відповідають цілям і змісту навчання з кожної спеціальності. Так, наприклад, розділ «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» для студентів інженерних спеціальностей містить теми, вивчення яких дає змогу сформувати уміння, необхідні для вирішення інженерних задач. Це теми, пов'язані з геометричними перетвореннями об'єктів на площині та у просторі, а саме:
– матриці та визначники, їх властивості;
– розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
– вектори на площині та у просторі;
– лінії першого та другого порядку на площині;
– лінії в полярній системі координат на площині;
– площина у просторі;
– пряма у просторі;
– поверхні другого порядку у просторі.

Для студентів економічних спеціальностей акцент зроблено на алгебру матриць, що широко використовується в економіко-математичному моделюванні; при цьому скорочено розгляд геометричних питань. Тематична компонента предметної моделі студента у цьому випадку має вигляд:
– алгебра матриць;
– визначники та їх властивості;
– розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь;

– дослідження систем лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність;
– багатовимірні вектори та векторні простори;
– лінійні оператори, операції з ними;
– квадратичні форми;
– лінії першого та другого порядку на площині;
– площина у просторі;
– пряма у просторі.

2. Функціональна предметна модель

Як вже було відмічено, функціональна компонента предметної області, або функціональна предметна модель студента показує, яку роль відіграють ті або інші предметні знання. Тому функціональна предметна модель – це так само, як і тематична модель, метазнання. Вони мають певну структуру по горизонталі, яку можна передати за допомогою певного набору рубрик.

Роль знань, їх функції залежать від конкретного предмета, однак при цьому існують загальні для всіх предметів рубрики, наприклад, «поняття», «властивості». Окремі предмети можуть мати специфічні для них рубрики, визначувані сутністю цих предметів. Наприклад, для математичних дисциплін виділені такі рубрики: визначення об'єктів; визначення понять; визначення операцій над об'єктами; властивості об'єктів; властивості операцій над об'єктами; формулювання теорем і наслідків з них тощо. Рубрики мають наповнення, яке передає семантику предметної області.

Функціональна предметна модель дозволяє в необхідній мірі деталізувати те, що студент повинен знати. Мова тут йде про знання на репродуктивному рівні, тобто знати – значить пам'ятати. Наприклад, з теми «Алгебра матриць» студенти економічних спеціальностей повинні знати (по суті справи, пам'ятати):
– визначення об'єктів (матриця, обернена матриця);
– визначення понять (розмірність матриці, ранг матриці);
– визначення операцій над об'єктами (порівняння матриць, додавання матриць, множення матриці на число, транспонування матриці, множення матриці на матрицю);
– властивості об'єктів (види матриць, властивості оберненої матриці);
– властивості операцій над об'єктами (додавання матриць, множення матриці на число, транспонування матриці, множення матриці на матрицю);
– формулювання теорем і наслідків з них (теорема існування та єдності оберненої матриці) тощо.

3. Процедурна предметна модель

Процедурна предметна модель студента описує принципи і порядок перетворення об'єктів предметної області. Це можуть бути алгоритми, методики, інструкції, стратегії прийняття рішень. Наприклад, у розділі «Лінійна алгебра» можуть бути виділені алгоритми, які розподіляються за наступними рубриками:
– побудова (кривих, векторів);
– обчислення (визначника, рангу матриці);
– знаходження (оберненої матриці, значення матричного виразу, рангу матриці);
– перетворення (матриць, векторів, визначників, систем лінійних рівнянь, лінійних операторів, квадратичних форм);
– розв'язування (системи лінійних рівнянь, системи лінійних нерівностей, матричних рівнянь);
– приведення (до канонічного вигляду); перехід (до нового базису);

– виконання лінійних операцій (з матрицями, векторами, лінійними операторами);
– множення (матриць, векторів); розкладання (вектора по базису, визначника по рядку, визначника по стовпцю);
– складання (матриць, систем лінійних рівнянь);
– знаходження (координат векторів, оберненої матриці).

4. Операційна предметна модель

Операційна предметна модель студента є переліком умінь, якими повинен оволодіти студент у результаті засвоєння предметних знань. Засвоєння будь-якого навчального предмета означає послідовне освоєння таких видів умінь: *базових, методологічних, загальних* [1], [3].

Предметні уміння визначаються характером предмета, що вивчається. На основі всіх цих умінь будується система умінь, яка і є операційною предметною моделлю. Ці уміння розділяють на прості і складні уміння. Наприклад, з лінійної алгебри можна виділити такі складні уміння:
– обчислювати значення матричного виразу;
– розв'язувати матричні рівняння;
– розв'язувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь;
– досліджувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність тощо.

При цьому, наприклад, складне уміння «*обчислювати значення матричного виразу*» складається з таких умінь:
– записувати матрицю;
– визначати розташування елемента матриці;
– визначати вид матриці;
– виконувати дії з матрицями;
– використовувати властивості операцій з матрицями.

У свою чергу, уміння «*виконувати дії з матрицями*» складається з більш простих умінь:
– визначати, чи мають матриці однакову розмірність;
– визначати, чи є матриці рівними;
– додавати матриці;
– множити матрицю на число;
– віднімати матриці;
– визначати, чи можна перемножувати матриці;
– множити матрицю на матрицю;
– транспонувати матрицю.

5. Семантична предметна модель

Як було сказано раніше, предметні знання складають основу семантичної моделі навчальної предметної області, або семантичної предметної моделі студента. Однак ці знання не виділені спеціально, вони розподілені по всьому підручнику, переплітаються з іншими знаннями, не формалізовані.

Семантичні знання повинні передавати думки предметних знань. А як відомо, думки передаються за допомогою речень. Таким чином, семантичні знання – це набір речень, або висловлювань, що передають певні думки предметної області. Отже, для того щоб на основі підручника побудувати деяку формалізовану семантичну (змістовну) предметну модель, необхідно з нього виділити предметні думки і певним чином їх згрупувати. По суті справи, ці думки є *фактами* предметної області, що отримали назву «семантичні факти».

Повний набір семантичних фактів з курсу, розташованих в порядку його вивчення, і являє собою семантичну предметну модель студента, або семантичний конспект. Таким чином, семантичний конспект – це набір лаконічно поданих думок предметної області.

Для зручності конспект може бути розбитий на тематичні рубрики. У окремих випадках вони можуть співпадати з тематичною предметною моделлю студента. Але, як показує досвід, тут немає необхідності в зайвій деталізації, і вказуються лише основні розділи. Так, наприклад, семантичний конспект з розділу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» для студентів інженерних спеціальностей було розбито на такі рубрики:

– алгебра матриць;
– системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
– векторна алгебра;
– аналітична геометрія;
– лінійні оператори і квадратичні форми.

Ці рубрики не мають нумерації, але кожна, в свою чергу, розбивається на декілька розділів, що мають крізну нумерацію по всьому конспекту. Ось як виглядає зміст конспекту.

Алгебра матриць

1. Матриці;
2. Операції з матрицями;
3. Визначники;
4. Ранг матриці;
5. Обернена матриця.

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

6. СЛАР $m \times n$, основні визначення;
7. СЛАР $n \times n$, матричний метод рішення;
8. СЛАР $n \times n$, рішення методом Крамера;
9. Метод Гаусса розв’язання СЛАР;
10. Метод Жордана-Гаусса розв’язання СЛАР;
11. Теорема Кронеккера-Капеллі;
12. Однорідні СЛАР.

Векторна алгебра і аналітична геометрія

13. Геометричні вектори і пряма на площині;
14. Операції з векторами в просторі;
15. Площина і пряма в просторі;
16. Векторний і евклідів простори;
17. Базис векторного простору;
18. Лінійні форми і опуклі множини.

Лінійні оператори (ЛО) і квадратичні форми (КФ)

19. Матриця ЛО в евклідовому просторі;
20. Властиві вектори і властиві значення ЛО;
21. Канонічний вигляд КФ;
22. Критерій Сильвестра;
23. Криві другого порядку на площині;
24. КФ і криві другого порядку.

Всі висловлювання семантичного конспекту пронумеровані. Кожне висловлювання має номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить дане висловлювання, друга частина – номер висловлювання в даному розділі. Крім того, деякі номери також стоять після висловлювання. Це номери іншого висловлювання, від яких дане залежить, якими воно визначається, з яких виходить. Зв'язки між висловлюванням можуть бути дуже простими, наприклад, посилання на терміни, які вживаються в даному висловлюванні, і більш складними, глибокими, наприклад, зв'язок причини і наслідку. Ці зв'язки задають певну структуру предметних знань, формальну логічну схему міркувань, і студенти мають самостійно наповнити її конкретним змістом. Ця обставина сприяє підвищенню ефективності навчання з використанням семантичного конспекту.

Наявність зв'язків між висловлюваннями означає, що семантичний конспект фактично є семантичною, а точніше, *асоціативною мережею*, концепторами якої є семантичні факти, тобто предметні думки, або судження, виражені за допомогою ряду понять, а не просто поняття. Складання семантичного конспекту, по суті справи, є складанням асоціативної мережі семантичних фактів.

При складанні семантичного конспекту необхідно керуватися певними принципами.

1. **Принцип дискретності.** Фактичні знання з предмета повинні бути подані у вигляді окремого висловлювання.

2. **Принцип завершеності.** Загальна сукупність висловлювань повинна відображати всі фактичні знання з предмета в повному об'ємі.

3. **Принцип лаконічності.** Висловлювання повинне мати мінімальну кількість слів, виражаючи при цьому закінчену думку.

4. **Принцип первинності визначень.** Поняття уперше вводяться через визначення. Ніяке нове поняття не може з'явитися у висловлюванні, яке не є визначенням.

5. **Принцип єдинності.** Будь-яке висловлювання не повинне містити більш ніж одне нове поняття.

6. **Принцип недвозначності.** Кожне висловлювання повинно бути семантичним фактом і виражати одну єдину думку.

7. **Принцип послідовності.** Висловлювання повинні бути розташовані в порядку, відповідному до логіки викладання курсу, що вивчається.

8. **Принцип самодостатності.** Будь-яке висловлювання повинно даватися в повному формулюванні, і його значення не повинне залежати від іншого висловлювання.

9. **Граматичний принцип.** Структура висловлювання повинна підпорядкуватися логіці побудови літературно правильної мови.

Семантичний конспект є потужним засобом навчання, і як засіб навчання він допускає розвиток. Можна, наприклад, доповнити його словником термінів. Це, як показала практика, підвищує його дидактичну цінність, особливо для студентів заочної форми навчання. У математиці хороший ефект дає супровід висловлювань (семантичних фактів) прикладами. При цьому кожний факт подається як у вербальній формі, так і в символічному вигляді, а приклад дозволяє об'єднати ці подання.

Нижче наведено фрагмент семантичного конспекту з лінійної алгебри та аналітичної геометрії:

1. Матриці

1.1. Сукупність чисел, записана у вигляді прямокутної таблиці, називається матрицею.

Наприклад: $\begin{pmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}$.

1.2. Матриці позначаються великими латинськими літерами (1.1).

Наприклад: $$A = \begin{pmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}.$$

1.3. Числа, що складають матрицю, називаються елементами матриці (1.1, 1.2).

1.4. Елементи матриці містяться в *m* строках и *n* стовпчиках (1.1; 1.2).

1.5. Розміром матриці називається добуток кількості рядків на кількість стовпчиків: m×n (1.1; 1.4).

1.6. Розмір матриці указується у вигляді її нижнього індексу (1.5).

Наприклад: $$A_{3\times 4} = \begin{pmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}.$$

1.7. Елементи матриці позначаються маленькими латинськими літерами з двома індексами (1.3).

1.8. Перший індекс елемента матриці вказує номер рядка, другий індекс – номер стовпчика, на перетині яких міститься цей елемент (1.5).

1.9. Елемент матриці в символічному вигляді позначається:

$$a_{ij},\ (i = 1,\ \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n),$$

де i – номер рядка, j – номер стовпчика (1.6, 1.7, 1.8).

Наприклад: $$\begin{array}{llll} a_{11} = 12, & a_{12} = 10, & a_{13} = 9, & a_{14} = 8, \\ a_{21} = 9, & a_{22} = 8, & a_{23} = 7, & a_{24} = 10, \\ a_{31} = 20, & a_{32} = 18, & a_{33} = 10, & a_{34} = 10. \end{array}$$

Висновки

Побудова моделей студента забезпечує реалізацію діяльнісного підходу в навчанні. Вони можуть бути використані для організації всіх видів навчальної діяльності. Окрім цього вони можуть бути використані для побудови навчальних експертних систем, а також баз знань.

Семантичні конспекти використовуються в навчальному процесі в Донецькому національному технічному університеті. На основі побудованої п'ятикомпонентної моделі студента розроблена система тестових завдань, яка може бути використаною як для підсумкового контролю, так і для залишкового оцінювання.

На думку викладачів, що в своїй практиці застосовують семантичний конспект, а також студентів, він виявився ефективним засобом в самостійній роботі, при підготовці до практичних і лабораторних занять. Конспект допомагає уяснити структуру матеріалу, що висвітлюється на лекції, виділити і запам'ятати суттєві моменти. При цьому «виживаність» знань суттєво зростає. Суттєво, що на основі семантичного конспекту дуже просто побудувати прості і зрозумілі для студентів схеми орієнтувальної основи діяльності, що використовуються під час самостійної роботи. Крім того, за допомогою семантичного конспекту ефективно організується експрес-контроль навчальної діяльності.

Студенти відмічають також особливу цінність конспекту під час підготовки до екзаменів, коли через велику кількість інформації існує небезпека не виділити і не засвоїти головне. Регулярно звертаючись до семантичного конспекту протягом семестру (а це не вимагає скільки-небудь значних витрат часу), студент до сесії пам'ятає всі висловлювання, тобто думки, що становлять сутність курсу, у нього готовий його каркас, і він швидко наповнює його знаннями.

Література

1. Атанов Г.О. Теорія діяльнісного навчання: Навч. посібник. – К.: Кондор, 2007.
2. Атанов Г.А., Пустынникова И.Н. Обучение и искусственный интеллект, или основы современной дидактики высшей школы. – Донецк: Изд-во ДОУ, 2002.
3. Атанов Г.О. Знання як засіб навчання: Навч. посібник. – К.: Кондор, 2008.
4. Евсеева Е.Г. Проектирование содержания курса «Линейная алгебра» для студентов экономических специальностей // Професіоналізм педагога (Проективна педагогіка: питання теорії та практики) // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. – Ялта: РВВ КДГІ, 2004. – Ч. 1. – С. 185-192.
5. Евсеева Е.Г. Семантический конспект по линейной алгебре // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 24. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2005. – С. 103-111.
6. Евсеева Е.Г., Савин А.И. Семантический конспект по теории множеств // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 27. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 46-53.

Е.Г. Евсеева
Моделирование учебной предметной области
Рассмотрена пятикомпонентная предметная модель студента по дисциплине «Высшая математика», которая читается студентам инженерных и экономических специальностей. На примере раздела «Линейная алгебра» детально описаны тематическая, функциональная, операционная, семантическая и процедурная компоненты модели. Приведена структура, принципы построения и фрагмент семантического конспекта по теме «Алгебра матриц».

E.G. Evseeva
Modeling of Teaching Subject Domain
The five components of student subject model in High Mathematics for students of industrial and economic specialities has been created. The thematic, functional, operational, semantic and procedural components of the model are decripted. The structure, principles of building the semantic synopsis and a fragment of it in Matrixes Algebra are given.

Стаття надійшла до редакції 17.07.2008.